Sluttprøve i fag A3802 Avansert reguleringsteknikk med programmering torsdag 15. desember 2004 kl. 9.00 - 12.00

Sluttprøven består av: 3 oppgaver.
Oppgaven teller 70 % av sluttkarakteren.
Det er 3 sider i sluttprøven.
Tillatte hjelpemidler: vedlegg til oppgaven

Faglig kontakt under eksamen:
Navn: David Di Ruscio
Tlf: 51 68, Rom: B249

Kybernetikk og industriell IT
Institutt for elektro, IT og kybernetikk
Avdeling for teknologiske fag
Høgskolen i Telemark
N-3914 Porsgrunn

Oppgave 1 (45%)
(diskret optimalregulering: med og uten krysskoblinger i kriteriet)

Gitt et LQ kriterium definert over tidshorisonten $i \leq k \leq N$, dvs.

$$J_i = \frac{1}{2}x_N^T S x_N + \frac{1}{2}\sum_{k=i}^{N-1}[y_k^T Q y_k + u_k^T P u_k], \tag{1}$$

der $S \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $Q \in \mathbb{R}^{m\times m}$ og $P \in \mathbb{R}^{r\times r}$ er symmetriske vektmatriser.

a) Anta at vi har gitt en diskret tilstandsrommodell

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k, \tag{2}$$
$$y_k = Dx_k, \tag{3}$$

for en prosess. Finn den optimale reguleringsstrukturen som minimaliserer kriteriet J_i gitt ved (1) med prosessmodellen (2) og (3) som bibetingelse.

Løsningen skal bestå av:

1. Et utrykk for den optimale pådragsvektor u_k.
2. En Riccati ligning.
3. Grensebetingelser for Riccati ligningen.
4. Hva blir minimumsverdien, J_i^*, for det optimale systemet?

b) Anta at vi har gitt en diskret tilstandsrommodell

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k, \tag{4}$$
$$y_k = Dx_k + Eu_k, \tag{5}$$

for en prosess. Finn den optimale reguleringsstrukturen som minimaliserer kriteriet J_i gitt ved (1) med prosessmodellen (4) og (5) som bibetingelse.

Løsningen skal bestå av:

1. Et utrykk for den optimale pådragsvektor u_k.
2. En Riccati ligning.
3. Grensebetingelser for Riccati ligningen.

c) Anta nå et optimalkriterium

$$J_i = \frac{1}{2}\sum_{k=i}^{\infty}[(r_k - y_k)^T Q(r_k - y_k) + u_k^T P u_k], \tag{6}$$

der r_k er en referansevektor for målevektoren y_k.

Finn den optimale reguleringsstrukturen som minimaliserer kriteriet J_i gitt ved ligning (6) og med modellen (4) og (5) som bibetingelse.

Løsningen skal bestå av:

1. Et utrykk for den optimale pådragsvektor u_k.
2. En Riccati ligning og en differens ligning.
3. Hva med grensebetingelser i dette tilfellet?

Oppgave 2 (25%)
(Diverse spørsmål)

a) Hva menes med dualitetsprinsippet? Sett opp en tabell som illustrerer dualitetsprinsippet for kontinuerlige systemer.

b) Gitt et lineært system

$$\dot{x} \;=\; Ax + Bu \tag{7}$$

der $x(t_0)$ er en gitt initialtilstandsvektor.

Hva blir løsningen $x(t)$?

c) Gitt en PID-regulator

$$u(s) = K_p e(s) + \frac{K_p}{T_i s} e(s) + K_p T_d s e(s) \tag{8}$$

der $e(s)$ er reguleringsavviket.

- Finn en kontinuerlig tilstandsrommodell for PID-regulatoren! Merk: det er ikke nødvendig å diskutere problemstillinger rundt $\dot{e}$ som vil inngå i svaret!
- Benytt resultatet fra oppgave 2b) over til å finne et uttrykk for løsningen, $u(t)$.

d)

- Hva menes med separasjonsteoremet?

- Hva menes med en LQG regulator? Tegn blokkdiagram for en kontinuerlig LQG regulator.

d) Vi har gitt en prosess modellert med en skalar og kontinuerlig tilstandsrommodell

$$\dot{x} = ax + bu, \tag{9}$$

og et skalart LQ kriterium

$$J = \frac{1}{2}\int_0^\infty (qx^2 + pu^2) \tag{10}$$

Finn et uttrykk for det optimale pådraget, u^*, for prosessen i (9) som minimaliserer kriteriet (10).

Vedlegg

Kontinuerlig optimalregulering

$$\dot{x} = f(x,u,t) \tag{11}$$

$$J = S(x(t_1)) + \int_{t_0}^{t_1} L(x,u,t)dt \tag{12}$$

Det kontinuerlige maksiumumsprinsippet

$$H = L + p^T f \tag{13}$$

$$\dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial x} \tag{14}$$

$$p(t_1) = \frac{\partial S}{\partial x}|_{t_1} \tag{15}$$

Diskret optimalregulering

$$x_{k+1} - x_k = f(x_k, u_k, k) \tag{16}$$

$$J_i = S(x_N) + \sum_{k=i}^{N-1} L(x_k, u_k, k) \tag{17}$$

Det diskrete maksiumumsprinsippet

$$H_k = L(x_k, u_k, k) + p_{k+1}^T (x_{k+1} - x_k) \tag{18}$$

$$p_{k+1} - p_k = -\frac{\partial H_k}{\partial x_k} \tag{19}$$

$$p_N = \frac{\partial S}{\partial x_N} \tag{20}$$

Derivasjonsregler

$$\frac{\partial}{\partial x}(Qx) = Q^T, \quad \frac{\partial}{\partial x}(x^T Q x) = Qx + Q^T x \tag{21}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}((r - Dx)^T Q (r - Dx)) = -2D^T Q (r - Dx) \tag{22}$$