Delprøve i fag A3802 Avansert reguleringsteknikk med programmering tirsdag 24. oktober 2006 kl. 8.15-10.15

Delprøven består av: 2 oppgaver.
Oppgaven teller 30 % av sluttkarakteren.
Det er 3 sider i delprøven.
Tillatte hjelpemidler: vedlegg til oppgaven

Faglig kontakt under prøven:
Navn: David Di Ruscio
Tlf: 51 68, Rom: B249

Masterstudiet i Kybernetikk og industriell IT
Institutt for elektro, IT og kybernetikk
Avdeling for teknologiske fag
Høgskolen i Telemark
N-3914 Porsgrunn

Oppgave 1 (12%): Diverse spørsmål

a) Gitt et propert system

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad (1)$$
$$y = Dx + Eu. \quad (2)$$

- Hvordan kan vi benytte den generaliserte egenverdimetoden til å finne transmisjons-nullpunktene til systemet?
- Anta at

$$A = -1, \;\; B = 2, \;\; D = 1, \;\; E = -1 \quad (3)$$

  Finn nullpunktene til systemet ved hjelp av den generaliserte egenverdimetoden.

b) Gitt et system, $y = H(s)u$, der systemets transfermatrise er

$$H(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s^2+3s+2} & -\frac{1}{s^2+3s+2} \\ \frac{s^2+s-4}{s^2+3s+2} & \frac{2s^2-s-8}{s^2+3s+2} \\ \frac{s-2}{s+1} & \frac{2s-4}{s+1} \end{bmatrix} \quad (4)$$

- Bestem systemets polpolynom $\pi(s)$ og systemets poler.
- Bestem systemets nullpunktspolynom $\rho(s)$ og systemets nullpunkter.

c) Finn den generelle løsningen, $x(t)$, til tilstandsligningen (1). Anta at initialtilstandsvektoren $x(t_0)$ er kjent og at $t > t_0$.

d) Benytt løsningen i punkt c) over til å finne en diskret tilstandsligning av formen

$$x_{k+1} = \Phi x_k + \Delta u_k \quad (5)$$

Oppgave 2 (18%)
(Kontinuerlig LQ optimalregulering)

Vi skal i denne oppgaven studere et kontinuerlig LQ optimalreguleringsproblem. Utgangspunktet er en prosess som vi modellerer med en kontinuerlig tilstandsrommodell av formen

$$\dot{x} = Ax + Bu, \tag{6}$$
$$y = Dx \tag{7}$$

der initialtilstandsvektoren, $x(t_0)$, er kjent.

a) Anta at vi har gitt en objektfunksjon

$$J = \frac{1}{2}y(t_1)^T S y(t_1) + \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_1} (y^T Q y + u^T P u)dt. \tag{8}$$

- Utled og finn et uttrykk for det optimale pådraget, $u(t)^* \ \forall \ t_0 \leq t \leq t_1$, for prosessen i (6) som minimaliserer objektfunksjonen (8). Svaret skal bla bestå av en Riccatiligning med grensebetingelse.
- Hva blir minimumsverdien av kriteriet ?

b) Anta nå at vi har et skalart system

$$\dot{x} = ax + bu, \tag{9}$$
$$y = x, \tag{10}$$

og et LQ-optimalkriterium med uendelig tidshorisont

$$J = \frac{1}{2}\int_{t_0}^{\infty} (qy^2 + pu^2)dt. \tag{11}$$

- Hva blir løsningen på optimalreguleringsproblemet? Bruk resultatet fra punkt 2a).
- Finn den analytiske løsningen på optimalreguleringsproblemet, dvs. finn en analytisk løsning for Riccatiligningen og det optimale pådraget.
- Diskuter egenverdien til det lukkede (regulerte) systemet som funksjon av vektparametrene q og p.
- Anta at vi spesifiserer egenverdien til det lukkede systemet til å være λ. Finn forholdet $\frac{q}{p}$ som funksjon av λ,a og b.

c)

- Hva menes med begrepet stabiliserbarhet?
- Hva menes med begrepet detekterbarhet?

d) Hvilket krav har vi til vektmatrisene i LQ problemet i punkt 2a) for at det LQ regulerte problemet skal være garantert stabilt?

Vedlegg

Kontinuerlig optimalregulering

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x,u,t) && (12) \\ J &= S(x(t_1)) + \int_{t_0}^{t_1} L(x,u,t)dt && (13) \end{aligned}$$

Det kontinuerlige maksiumumsprinsippet

$$\begin{aligned} H &= L + p^T f && (14) \\ \dot{p} &= -\frac{\partial H}{\partial x} && (15) \\ p(t_1) &= \frac{\partial S}{\partial x}|_{t_1} && (16) \end{aligned}$$

Diskret optimalregulering

$$\begin{aligned} x_{k+1} - x_k &= f(x_k, u_k, k) && (17) \\ J_i &= S(x_N) + \sum_{k=i}^{N-1} L(x_k, u_k, k) && (18) \end{aligned}$$

Det diskrete maksiumumsprinsippet

$$\begin{aligned} H_k &= L(x_k, u_k, k) + p_{k+1}^T (x_{k+1} - x_k) && (19) \\ p_{k+1} - p_k &= -\frac{\partial H_k}{\partial x_k} && (20) \\ p_N &= \frac{\partial S}{\partial x_N} && (21) \end{aligned}$$

Derivasjonsregler

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(Qx) &= Q^T && (22) \\ \frac{\partial}{\partial x}(x^T Q x) &= Qx + Q^T x && (23) \end{aligned}$$