Systems and Control Engineering
TUC
November 1, 2010

Advanced Control

Exercise 10

Introduction

Se appendix for distillation column data !
In this exercise we are to study an important industrial unit process, i.e. the distillation column. A dynamic model which describes the composition profile in a distillation column may be expressed as.

$$\dot{x} = f(x, u, v) \quad (1)$$
$$y = d(x) \quad (2)$$

where x is the state vector with the compositions in the column and y is the measurement vector.
Målingene kan være temperaturene på hvert trinn i kolonnen. Temperaturen på et trinn kan modelleres som en funksjon av konsentrasjonen på trinnet. Man kan da tenke seg å estimere x ut i fra y og deretter benytte tilbakekopling fra den estimerte tilstandvektoren. Ofte kan man også måle konsentrasjonene x direkte, dvs. $y = Dx$ og $D = I$ dersom alle konsentrasjonene måles.
Se *Vedlegg til øving 10* for en beskrivelse av den modelltype som skal benyttes i øvingen. Denne modellen er ulineær og inneholder ofte et stort antall tilstandsvariable. Et antall på 180 tilstander er ikke uvanlig. Modellen inneholder ikke rene transportforsinkelser, men ved granskning tar det tid fra et sprang kommer til det synes på utgangen. For eksempel tar det ca. 10 $[s]$ før en endring i føde massestrømmen (F) synes i destillat (topprodukt) sammensetningen (for modellen i *Vedlegg til øving 10*). En destillasjonskolonne oppviser sterke koblinger mellom de forskjellige tilstandsvariable. Den er derfor en utmerket kandidat for anvendelse av multivariabel (optimal) regulering (med eller uten tilstandsestimator).

Oppgaver

1. Bestem de stasjonære konsentrasjonene for et sett av stasjonære pådrag og forstyrrelser til destillasjonskolonnen, (dvs. løs $\dot{x}^s = f(x^s, u^s, v^s) = 0$ mht. x^s for gitt u^s og v^s). Benytt tallverdier som i oppgitt notat. Se også matlab funksjonen **ssprof.m**, eller funksjonen **forslag2.m** som er vedlagt denne oppgaven.

2. Bestem en linearisert modell for den ulinære destillasjonskolonne modellen. Benytt stasjonærverdiene funnet i punkt 1. Se matlab funksjonen **fx2abcd.m**. Sjekk om systemet er tilstandsstyrbart. Benytt feks. matlab funksjonene *ctrb* og *gram*.

3. Bestem egenverdiene til systemmatrisen i den lineariserte modellen feks. vha. matlab funksjonen *eig*. Diskuter systemets tidskonstanter og modellens stivhet. Dette punktet er viktig for å kunne velge en rimelig skrittlengde (dt) for integrasjonsrutiner hvor den numeriske stabiliteten avhenger av dt feks. eksplisitt Euler.

4. Beregn den statiske forsterkningen fra pådragene til tilstandene. Sett spesiellt opp den statiske forsterkningen fra pådragene til bunnprodukt og toppprodukt konsentrasjonene og beregn den statiske RGA matrisen. Hvilket pådrag er best egnet til å regulere henholdsvis tilstanden x_1 og x_8 ? Er systemet styrbart i steady state ? See f.eks. kompendium del 1 s. 83 for beregning av RGA.

5. Simuler den lineære evnt. den ulineære modellen etter sprang i forstyrrelsene v (fødestrøm og fødekonsentrasjon). Den lineære modellen kan simuleres vha. funksjonen *lsim* eller *dlsim*. Dersom du benytter *dlsim* må du først lage en diskret tilstandsrommodell, se funksjonen *c2d* (anbefalt). Benytt feks. funksjonen *kolsim* for simulering av den ulineære modellen.

6. Anta at alle tilstander kan måles. Dimensjoner en multivariabel P-regulator av typen $\Delta u = G\Delta x$, der $\Delta x = x - x^s$ og $\Delta u = u - u^s$. Benytt LQ optimal regulator teori med uendelig tidshorisont. Dvs. spesifiser vektmatrisene for x og u i LQ kriteriet og beregn G ved å løse Riccati ligningen, se funksjonen *lqr*. Tegn blokkdiagram for systemet. Betrakt stasjonærverdiene x^s og u^s som settpunkt. Simuler det lukkede systemet etter sprang i settpunkt og/eller forstyrrelser. Kommenter evt. stasjonære avvik.

7. Anta at vi i tillegg til reguleringsstrategien i punkt 6 ønsker integralvirkning på bunnprodukt og toppprodukt konsentrasjonene, multivariabel PI-regulator. Augmenter regulatormodellen med den linære prosessmodellen med tanke på design av en multivariabel PI regulator. Tegn blokkdiagram. Bestem vektmatriser og bergn regulatormatrisene som i punkt 6. Simuler det lukkede systemet som i punkt 6.

8. Vi ønsker nå å regulere kolonnen med en diskret LQ-optimal regulator der vi vektlegger pådragsendringene $\Delta u_k = u_k - u_{k-1}$ i kriteriet. Den resulterende regulatoren blir av formen
$$u_k = u_{k-1} + G_1(x_k - x_{k-1}) + G_2(y_{k-1} - r). \tag{3}$$
Sett opp LQ-kriteriet, foreslå valg av vektmatriser og beregn matrisene G_1 og G_2. For å gjøre det hele litt enklere så blir det til denne oppgaven delt ut et MATLAB-script **main_kolreg_lq**.

9. Reguler kolonnen med EMPC (prediktiv regulering). Til denne deloppgaven finnes det også et MATLAB-script.

Oppgitte matlab funksjoner

Det vil bli utlagt noen nyttige .m filer (matlab funksjoner) under katalogen OV10PA på info (I:\) disken, dvs. I:\laerer\davidr\avreg\ov10pa.
Du må ha bruker og passord til studentnettet for å få tilgang til info disken. Info disken kan også nåes fra unix systemet. Info disken er koblet til unix maskinen *pippin* under stien/"directoriet" */usr/var/kits/pcsaserv/info*.
Merk deg følgende funksjoner:

- ssprof.m
  Beregning av stasjonært konsentrasjonsprofil for gitte pådrag og forstyrrelser.
- fx2abcd.m
  Beregner matrisene (A, B, C, D) i den linariserte prosessmodellen.
- kolsim.m
  Simulerer den ulineære prosessmodellen vha. eksplisitt Eulers integrasjonsmetode.
- ts4u.m
  Lager en tidserie av et sprang. Praktisk for å generere feks. settpunktsendringer, sprang i forstyrrelser etc.
- dcolpi.m
  Demo fil for punkt 6 i oppgaven.

Du kan sette path til info drevet direkte i matlab vha. følgende instruksjoner :

```
>> P=path;
>> path(P,'I:\laerer\davidr\avreg\ov10pa');
```

Det vil vanligvis gå raskere dersom du kopierer ned filene på den lokale disken (C drevet). Du kan få en oversikt over de .m filene som er oppgitt til øvingen ved å skrive (>> help ov10pa). Husk å definere path først. Det er ellers laget brukerveiledning i prologen til hver enkelt .m fil. Denne får du tak i ved å skrive, feks., (>> help ssprof.m) evt. skrive filen til skriveren.

Distillation column data.

Assumptions

- Constant molar flows
- No vapor holdup (immediate vapor response)
- Vapor liquid equilibrium and perfect mixing on all trays

Column constants

Number of equilibrium (theoretical) trays excluding the reboiler $N = 6$
Feed tray location $N_F = 3$
Liquid in reboiler $M_{0B} = 10\ mol$
Liquid holdup on each tray $M_{0i} = 5\ mol, i = 1, ..., N$
Liquid holdup in accumulator $M_{0D} = 10\ mol$
Relative volatility $\alpha = 2.993$
Hydraulic tray constant $K = 30\ \frac{1}{min}$

Control input to the system

Reflux $R = 2.0\ \frac{mol}{min}$
Vapor flow $V = 2.5\ \frac{mol}{min}$

Disturbances to the system

Feed flow $F = 1.0\ \frac{mol}{min}$
Mole fraction of light component in feed $x_F = 0.5$

The stationary composition profile is given by

$$\underline{x}^s = \begin{bmatrix} 0.04 & 0.1 & 0.21 & 0.38 & 0.57 & 0.76 & 0.89 & 0.96 \end{bmatrix}^T$$

Linearizing the non-linear model around the stationary values gives the following time invariant linear model where the state vector $\underline{x} = (dx_1, ..., dx_{N+1})^T$, control input vector $\underline{u} = (dR, dV)^T$ and disturbance input vector $\underline{v} = (dF, dx_F)^T$ are deviations around stationary values

$$\dot{\underline{x}} = A\underline{x} + B\underline{u} + C\underline{v}$$

where the matrices A, B and C are given below

$$A = \begin{bmatrix} -0.69 & 0.30 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1.26 & -1.61 & 0.59 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.02 & -1.31 & 0.59 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.72 & -1.06 & 0.39 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.48 & -0.72 & 0.39 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.32 & -0.63 & 0.39 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.23 & -0.59 & 0.39 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.10 & -0.25 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.006 & -0.007 \\ 0.022 & -0.027 \\ 0.033 & -0.039 \\ 0.037 & -0.039 \\ 0.037 & -0.029 \\ 0.026 & -0.021 \\ 0.014 & -0.011 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 0.0059 & 0 \\ 0.0224 & 0 \\ 0.0327 & 0 \\ 0.0236 & 0 \\ 0 & 0.1961 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$